

Chapitre II

Étude d'une charge non linéaire

Introduction

Dans ce chapitre nous passons à l'étude d'une charge non linéaire, qui consiste d'un redresseur à diodes (non commandé). Les redresseurs sont des convertisseurs de l'électronique de puissance, destiné à produire des tensions ou des courants continus (unidirectionnels), à partir d'une source alternative de tension ou de courant, ils permettent d'alimenter en courant continu le récepteur branché à leur sortie.

Les redresseurs ont un très vaste domaine d'application, mais malheureusement leur inconvénient major est ils envois au réseau des courants non sinusoïdaux riches en harmoniques.

Dans ce chapitre, nous étudierons un rappel sur les redresseurs monophasés (simples alternances, doubles alternances), ainsi nous détaillerons le redresseur triphasé en pont non commandé (pont de graetz) comme une charge polluante qui perturbe le réseau électrique.

II-1. Le redressement non commandé (à diode)

La diode est une composante électronique qui modélisée par un interrupteur qui est fermé quand le potentiel de l'anode (zone P) est supérieur au potentiel de la cathode (zone N) et qui est ouvert dans le cas contraire, donc la diode ne laisse passer le courant que dans un seul sens. Cette caractéristique est largement exploitée dans les circuits de redressement, pour but d'obtenir un courant continu à partir d'une tension alternative, et ainsi ces dispositifs ne permettent pas de régler la valeur de la tension de sortie (redresseur non commandé). [4]

Les circuits de redressement (monophasé ou triphasé) qu'on peut classer en deux grandes catégories:

Ø Les redresseurs simples alternances

Dans le sens direct, ils admettent les tensions positives, et annulent les tensions négatives.

Ø Les redresseurs doubles alternances

Dans le sens direct, ils admettent les tensions positives, et transformer les tensions négatives en tensions positives.

II-1-1.les Redresseurs monophasés

a. les redresseurs monophasés simples alternances

Si une diode est placée en série dans un circuit soumis à une tension alternative *Figure (II-1-1-a)*, le courant ne passera que pendant l'une des deux alternances donc il sera redressé.

Considérons le schéma suivant

Soit: $V_e = V_m \sin \omega t$

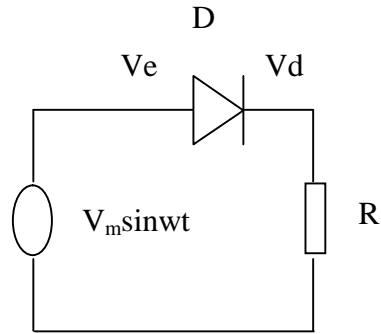
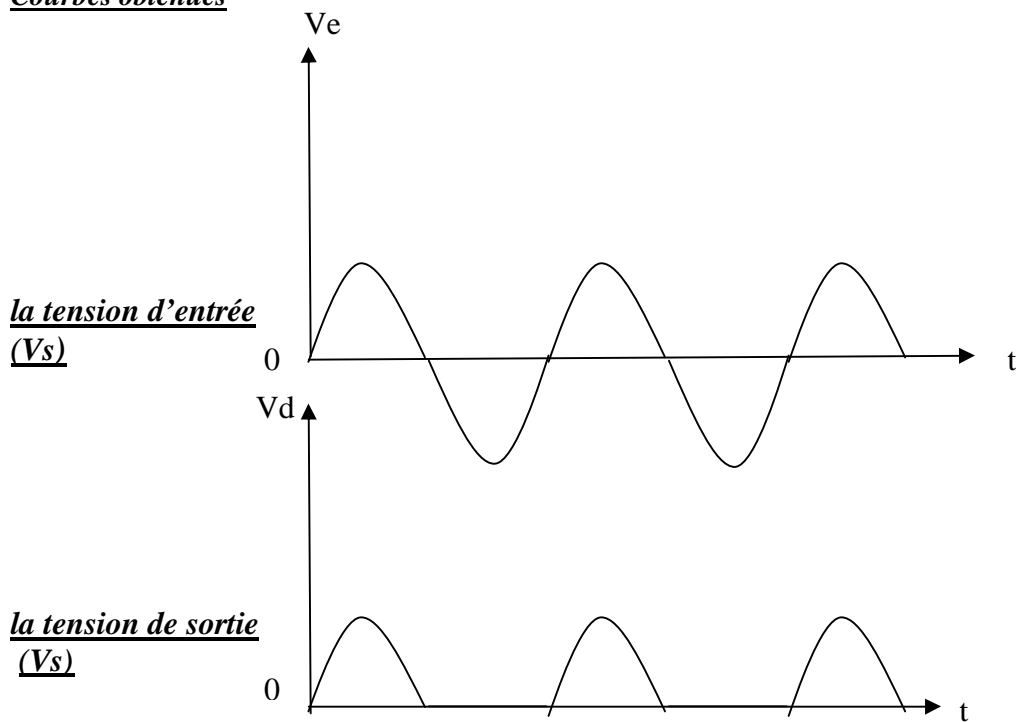


Figure (II-1-1-a): redresseur monophasé simple alternance.

Courbes obtenues



Grandeurs caractéristiques :

$V_{d \max} =$	$V_{e \max}$
$V_{d \text{ efficace}} =$	$V_{e \text{ efficace}}$
$V_{d \text{ moyenne}} =$	$\frac{V_{e \text{ MAX}}}{\pi}$

b. les Redresseurs monophasés bi alternance

Il existe deux montages de bases:

La structure à pont de graetz et la structure à point milieu, dont les courbes caractéristiques apparaissent ci dessous.

b-1. Le Redresseur à pont de graetz

La tension redressée monoalternance est moins efficace que la tension alternative, puisque le courant ne circule que la moitié du temps, et pour ce la en utilisant Le montage le moins coûteux et le plus efficace est le pont de Graetz.

En utilisant quatre diodes habilement connectées, on peut redresser les deux alternances et augmenter ainsi l'efficacité.

Soit: $V_e = V_m \sin \omega t$

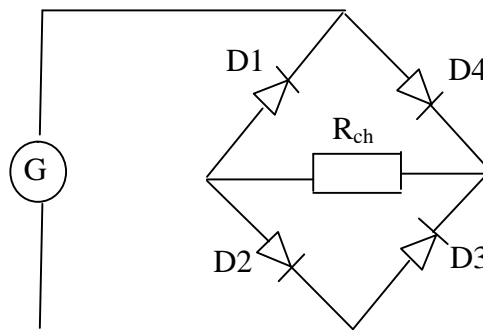
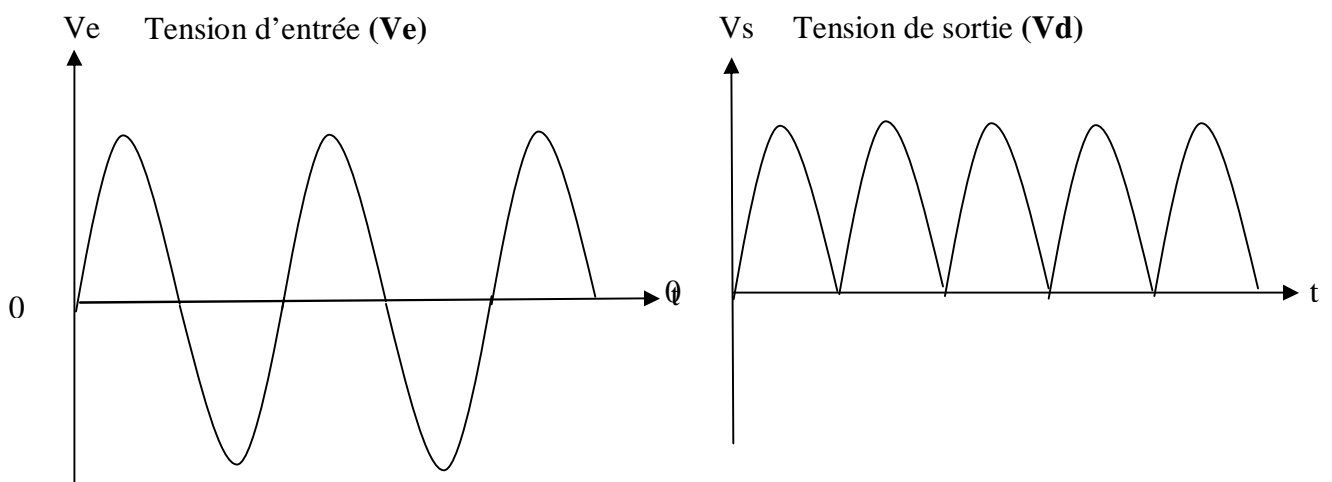


Figure (b-1): Redresseur à pont de graetz

Courbes obtenues



Grandeurs caractéristiques

$V_{d_{\max}}$	=	$V_{e_{\max}}$
$V_{d_{\min}}$	=	0V
$V_{d_{\text{efficace}}}$	=	$\frac{V_{e_{\max}}}{\sqrt{2}}$
$V_{d_{\text{moyenne}}}$	=	$2 \times \frac{V_{e_{\max}}}{\pi}$

b-2. Redresseur à point milieu

A partir du réseau monophasé, grâce un transformateur a point milieu, on obtient deux tensions V_e et V_{e^-} égales mais déphasé de π **Figure (b-2)**.

Redresseurs à point milieu; Les résultats et courbes obtenus sont strictement identiques au montage précédent.

$$V_e = V_m \sin \omega t$$

$$V_{e^-} = -V_e$$

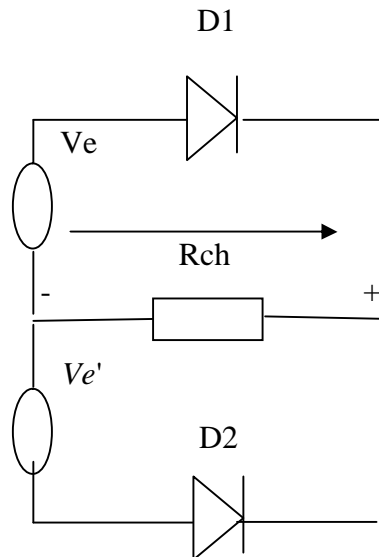


Figure (b-2): Redresseur à point milieu

II -2. Etude d'une charge polluante (Redresseur à diode triphasé)

Nous utilisons le pont triphasé à diodes alimenté par un système de tension sinusoïdales triphasées, schématisé par la *figure (II-2)*:

Les tensions simples des réseaux triphasés équilibrés directs sont :

$$\begin{cases} V_1 = V_m \sin(\omega t - \varphi) \\ V_2 = V_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ V_3 = V_m \sin(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

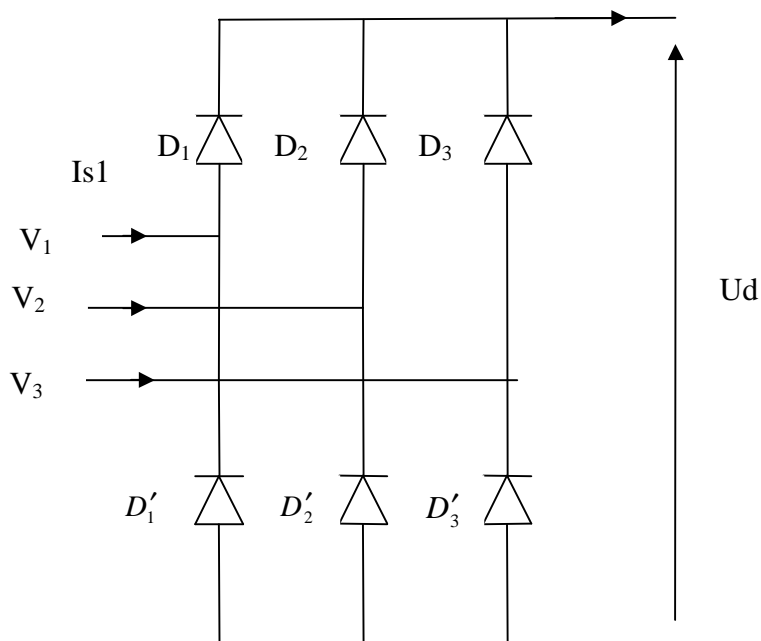


Figure (II-2): Redresseur triphasé à diodes

II-2-1. Etude de la tension redressée

Deux diodes d'un même bras ne peuvent conduire simultanément. Lorsque D_1 conduit, l'une des deux diodes D'_2 et D'_3 conduit également. Il en vient que D_1 conduit lorsque V_1 est supérieur à V_2 et V_3 , ou encore :

$$V_1 = \text{Max}(V_j); j = 1, 2, 3.$$

Le même raisonnement conduit aux conditions suivantes :

D_i Conduit si $V_i = \text{Max}(V_j); i = 1,2,3; j = 1,2,3.$

D'_i Conduit si $V_i = \text{Min}(V_j); i = 1,2,3; j = 1,2,3.$

Pendant chaque séquence de conduction, la tension U_d à la sortie du redresseur est :

$$U_d = \text{Max}(V_j) - \text{Min}(V_j); j = 1,2,3.$$

Pour: $0 < \theta < \pi/6$ on a $V_3 > V_1 > V_2$

V_3 Plus positive $\Rightarrow VD_3 > 0 \Rightarrow D_3$ passant

$$\Rightarrow U_d^+ = V_3$$

V_2 Plus négative $\Rightarrow VD'_2 > 0 \Rightarrow D'_2$ passant

$$\Rightarrow U_d^- = V_2$$

Donc: $U_d = \text{Max}(V_i) - \text{Min}(V_i)$

$$U_d = U_d^+ - U_d^- = V_3 - V_2 = U_{32}$$

Pour : $\pi/6 < \theta < \pi/2$ on a $V_1 > V_3 > V_2$

V_1 Plus positive $\Rightarrow D_1$ conduit $\Rightarrow U_d^+ = V_1$

V_2 Plus négative $\Rightarrow D'_2$ conduit $U_d^- = V_2$

$$U_d = \text{Max}(V_i) - \text{Min}(V_i)$$

Donc : $U_d = U_d^+ - U_d^- = V_1 - V_2 = U_{12}$

Pour: $\pi/2 < \theta < 5\pi/6$ $V_1 > V_2 > V_3$

$$U_d^+ = V_1$$

$$U_d^- = V_3$$

Donc: $U_d = U_d^+ - U_d^- = V_1 - V_3$

$$U_d = \text{Max}(V_i) - \text{Min}(V_i) = U_{13}$$

Pour: $5\pi/6 < \theta < 7\pi/6$ $V_2 > V_1 > V_3$

$$U_d^+ = V_2$$

$$U_d^- = V_3$$

$$U_d = \text{Max}(V_i) - \text{Min}(V_i)$$

Donc: $U_d = U_d^+ - U_d^- = V_2 - V_3 = U_{23}$

Pour: $7\pi/6 < \theta < 9\pi/6$ $V_2 > V_3 > V_1$

V_2 plus positive $\Rightarrow D_2$ Conduit $\Rightarrow Ud^+ = V_2$

V_1 plus négatif $\Rightarrow D'_1$ Conduit $\Rightarrow Ud^- = V_1$

Donc: $Ud = Ud^+ - Ud^- = V_2 - V_1 = U_{21}$

Pour: $9\pi/6 < \theta < 11\pi/6$ $V_3 > V_2 > V_1$

$Ud^+ = V_3$

$Ud^- = V_1$

Donc: $Ud = Ud^+ - Ud^- = V_3 - V_1 = U_{31}$

Pour: $11\pi/6 < \theta < 13\pi/6$ $V_3 > V_1 > V_2$

V_3 plus positive $\Rightarrow D_3$ conduit $\Rightarrow Ud^+ = V_3$

V_2 plus négatif $\Rightarrow D'_2$ conduit $\Rightarrow Ud^- = V_2$

Donc:

$Ud = \text{Max}(V_i) - \text{Min}(V_i)$

$Ud = Ud^+ - Ud^- = V_3 - V_2 = U_{32}$

La tension redressée

$$Ud = \begin{cases} U_{12} & \text{pour } \theta \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right] \\ U_{13} & \text{pour } \theta \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right] \\ U_{23} & \text{pour } \theta \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6} \right] \\ U_{21} & \text{pour } \theta \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{9\pi}{6} \right] \\ U_{31} & \text{pour } \theta \left[\frac{9\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right] \\ U_{32} & \text{pour } \theta \left[\frac{11\pi}{6}, \frac{13\pi}{6} \right] \end{cases}$$

La valeur moyenne de tension redressée

$$\overline{Ud} = \frac{1}{\pi/3} \int_{\pi/6}^{\pi/2} U_{12}(\theta) d\theta = \frac{3}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} (V_1 - V_2) d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m$$

Pour q phases : $\overline{U_d} = \frac{2q}{\pi} V_m \sin \frac{\pi}{q}$

Les tensions triphasées à l'entrée et celle à la sortie du redresseur sont représentées par la *figure (II-2-1)*:

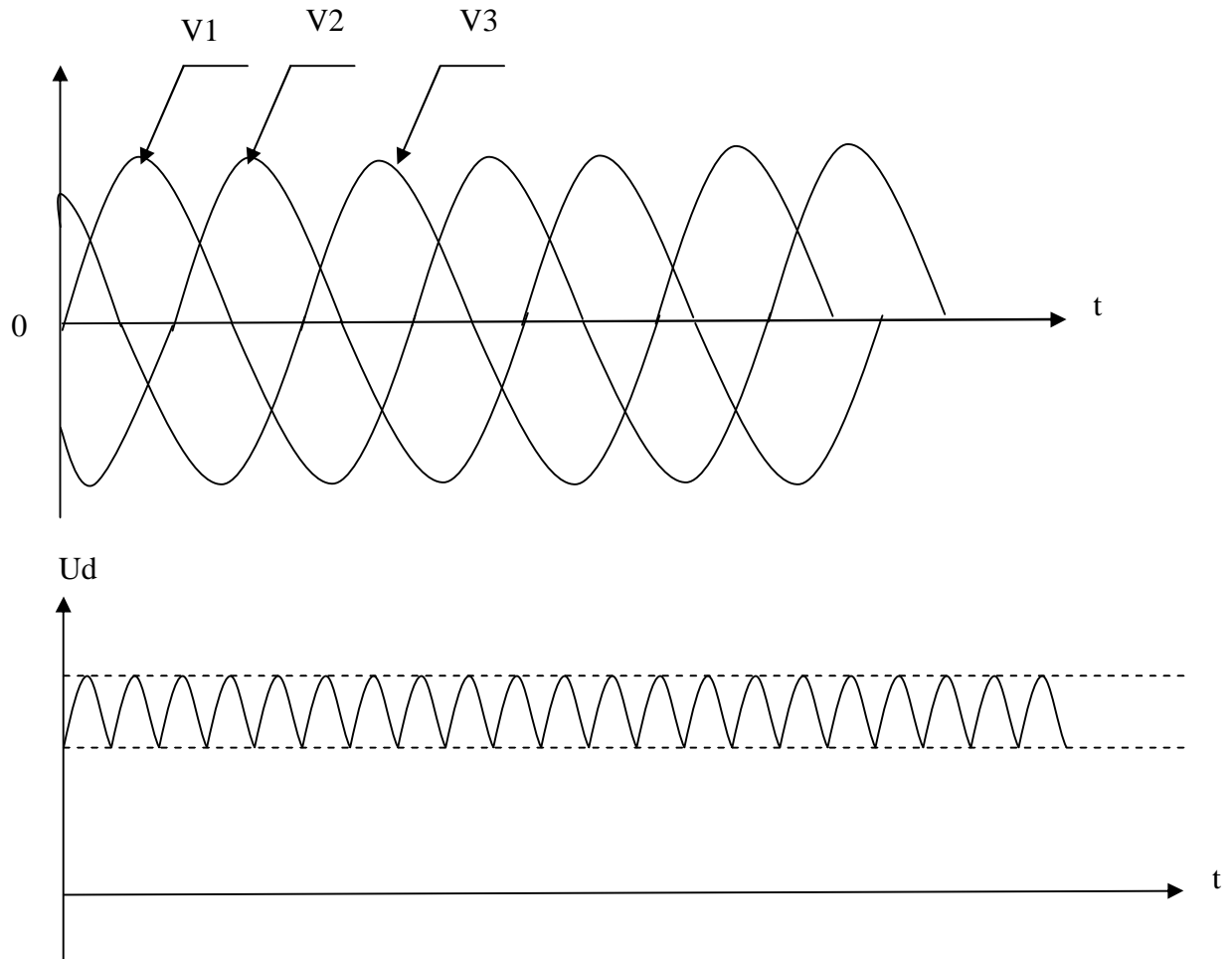


Figure (II-2-1): Les tensions triphasées et la tension redressée.

II-2-2. Expression de courant:

$$RI_d + L \frac{dI_d}{dt} = U_d$$

$$\Rightarrow I_d(t) = A \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{U_d}{R} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$I_d(0) = I_d(\max)$$

$$I_d(\max) = \frac{U_d}{R}$$

II-2-3. Etude de courant

Chaque enroulement secondaire est connecté à deux diodes. Il est parcouru par I_d pendant l'intervalle $(T/6)$ ou le diode de premier groupe débite, et par $(-I_d)$ pendant l'intervalle de durée $(T/6)$ ou c'est celle du second groupe qui conduit.

Donc les courant de ligne I_1, I_2, I_3 fournis par le transformateur sont donnés par la loi de Kirchhoff :

$$I_1 = i_{D1} - i_{D'1} \quad I_2 = i_{D2} - i_{D'2} \quad I_3 = i_{D3} - i_{D'3}$$

Ainsi

$$I_i = +I_d, \text{ quand } D_i \text{ conduit; } i=1, 2, 3$$

$$I_i = -I_d, \text{ quand } D'_i \text{ conduit; } i=1, 2, 3$$

Les courants ont donc pour valeur efficace

$$\begin{aligned} (I_{\text{eff}})^2 &= 1/T \int_0^T i^2(t) dt \\ &= 1/T \left[\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (I_d)^2 dt + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (I_d)^2 dt \right] \\ &= 1/2\pi \left[I_d^2 \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) + I_d^2 \left(\frac{11\pi}{6} - \frac{7\pi}{6} \right) \right] \\ &= I_d^2 / 2\pi \left(\frac{4\pi}{6} + \frac{4\pi}{6} \right) = I_d^2 \frac{4}{6} \end{aligned}$$

Donc :

$$I_{\text{eff}} = I_d \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Un réseau alimentant un montage redresseur fournit a celui-ci courant presque rectangulaire **Figure (II-1-1-b)**.

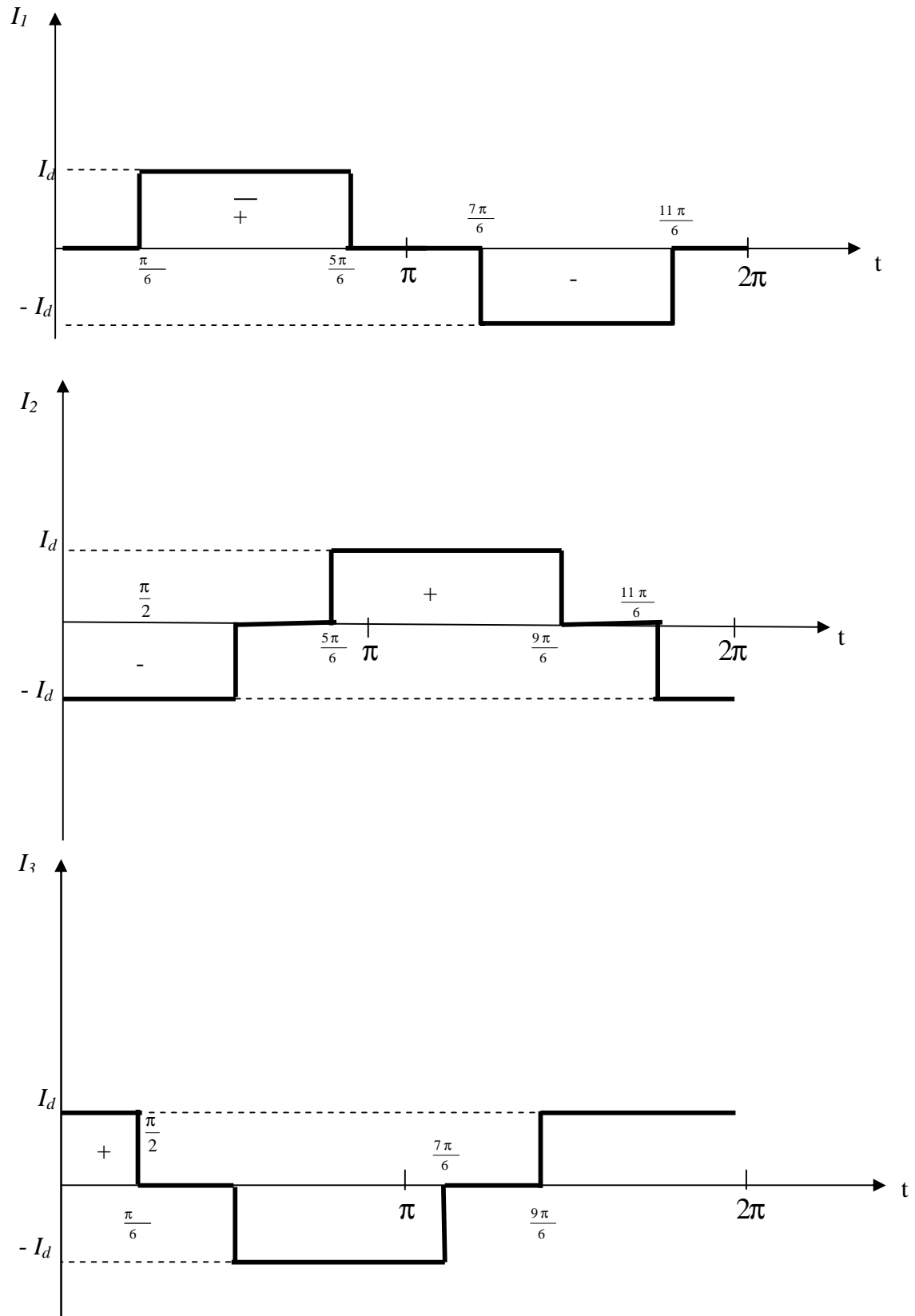


Figure (II-1-1-b). Les courants triphasés fournis par le réseau.

En réalité la forme des ondes de courant ne sont pas rectangulaire (créneau), mais ont une forme ondulée due à la présence d'une inductance en aval avec le redresseur.

$$I_1 \left\{ \begin{array}{ll} I_d & \text{si } \frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{5\pi}{6} \\ -I_d & \text{si } \frac{7\pi}{6} \leq \omega t \leq \frac{11\pi}{6} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{array} \right.$$

II-2-4. Développement en série de Fourier (courant harmonique)

Fourier a démontré, que toute fonction périodique $y(t)$ non sinusoïdale de fréquence (f) peut être décomposée en une somme infinie de fonctions périodiques sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples de la fréquence fondamentale.

Le courant de phase peut être décomposée en une série de fourier comme suit :

$$I(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

Pour les coefficients:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \cos(n\omega t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \sin(n\omega t) dt$$

Pour $n = 1$: correspond au fondamental

Pour $n = 2$: correspond au 2^{ème} harmonique

$n = 3$: correspond au 3^{ème} harmonique

.

.

$n = n$: correspond au n^{ème} harmonique

Pour le cas de courant parfaitement lisse c'est à dire fonctionnement avec une inductance infinie, on aura la décomposition suivante:

II-2-5. Décomposition en série de Fourier pour le pont hexaphasé

On a:

$I(t)$ est **impaire** donc $a_0 = a_n = 0$ puisque ;

$$a_o = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{2}{T} \left(\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_d d\omega t + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} -I_d d\omega t \right) = \frac{I_d}{3T} (5\pi - \pi - 11\pi + 7\pi) = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \cos(n\omega t) dt \\ &= \frac{2I_d}{T} \left(\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \cos(n\omega t) d\omega t - \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \cos(n\omega t) d\omega t \right) = 0 \end{aligned}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T I(t) \sin(n\omega t) dt \quad \text{et} \quad T = 2\pi$$

Donc:

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i(t) \sin(n\omega t) d\omega t \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_d \sin(n\omega t) d\omega t + \frac{1}{\pi} \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} (-I_d) \sin(n\omega t) d\omega t \end{aligned}$$

Après le calcul on trouve :

$$b_n = \frac{2I_d}{n\pi} \left[1 - (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right]$$

$$b_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ pair} \\ \left(\frac{4I_d}{n\pi}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) & \text{si } n \text{ impair} \\ 0 & \text{si } n \text{ multiple de } 3 \end{cases}$$

Donc:

$$n = 1, [5,7], [11,13], [17,19], [23,25] \dots [6k-1, 6k+1], \quad \text{et} \quad k = 1, 2, 3 \dots$$

Alors:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega t)$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4I_d}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \sin(n\omega t)$$

$$i(t) = \frac{4I_d}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \sin(n\omega t)$$

Le courant d'entrée du redresseur est donné par la relation suivante

$$I(t) = 2I_d \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left[\sin(n\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5n\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7n\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11n\omega t) + \frac{1}{13} \sin(13n\omega t) \dots \right]$$

La valeur efficace de courant d'entrée est :

$$I_{eff} = I_d \sqrt{\frac{2}{3}}$$

La valeur efficace de courant fondamental

$$I_{1eff} = 2I_d \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin(n\omega t)$$

$$I_{1eff} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\int_0^{2\pi} \left(2I_d \frac{\sqrt{3}}{\pi} \sin(\omega t) \right)^2 d\omega t}$$

$$I_{1eff} = I_d \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$

La valeur efficace de courant harmoniques

$$I_{heff} = I_{ef} - I_{1eff}$$

$$I_{heff} = I_d \sqrt{\frac{2}{3}} - I_d \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$

$$I_{heff} = 0.24 I_d$$

Conclusion

Après l'étude de l'identification de la charge non linéaire (pont redresseur à diode) du côté tension et courant d'où les équations trouvées on passe au troisième chapitre pour présenter et étudier la méthode de filtrage passif pour la réduction des harmoniques.